

Séquence pédagogique : STATISTIQUES

Professeurs de math- sciences : Monsieur Chakib BELARIBI.

Etablissement : Lycée professionnel FLORA TRISTAN - 33 360 CAMBLANES.

Classe : CAP « agent polyvalent de restauration, APR » (CAP à accès prioritaire).

Nota : Dans ce qui suit, la trace écrite de l'élève est en couleur bleue.

Objectifs : « Etre capable de »

Calculer une fréquence ; représenter une série statistique.

Calculer une moyenne ; application au domaine professionnel.

I) Etude d'un exemple - Vocabulaire

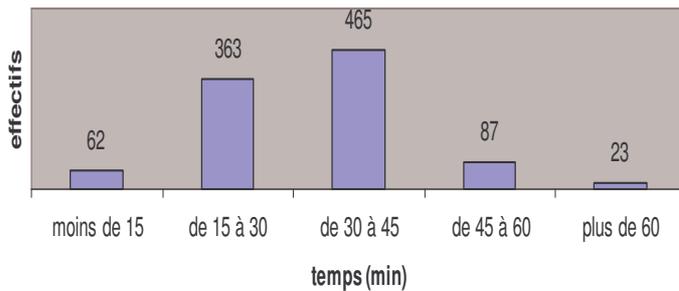
Questionnaire :

On a interrogé 1000 clients sortant d'un magasin d'alimentation.

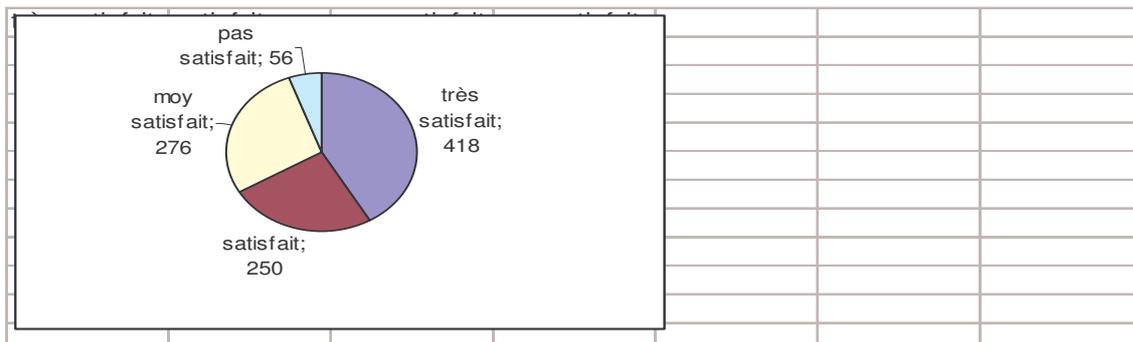
Q1 : Venez-vous régulièrement dans ce magasin ?

Oui	Non
912	88

Q2 : Combien de temps venez-vous de passer dans ce magasin ?



Q3 : Etes-vous satisfait du choix qui vous est offert ?



Vocabulaire

Compléter ce qui suit:

a) Dans le questionnaire n° 3,

Nombre de clients très satisfaits : effectif , $n = 418$

b) Dans l'exemple ,nous avons étudié trois aspects : client régulier, temps passé,satisfaction.

L'aspect étudié est appelé caractère ; on le note : x .

c) Effectif total : $N = 1000$.

Caractère x_i	Effectifs n_i
Très satisfait = x_1	418 = n_1
Satisfait = x_2	250 = n_2
Moy satisfait	276
Pas satisfait	56
Total	$N = 1000$

On distingue :

1 - Les caractères qualitatifs : couleur des yeux, profession,

2 - Les caractères quantitatifs,qui sont mesurables : taille, nombre d'enfants,

Une étude statistique comporte généralement quatre étapes :

- le recueil des données : enquêtes, recensement, sondage,...
- la présentation des résultats : tableaux ou représentations graphiques.
- le calcul des paramètres caractéristiques : moyennes, variance, . . .
- L'exploitation des données : Réviser une stratégie commerciale, prévoir un budget,....

En résumé :

- Valeur du caractère : x_i ; Effectif (pour la valeur x_i) : n_i

- Effectif total : $N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$

Nota : Prévoir une calculatrice, un brouillon et une feuille – réponse.

Exercice 1

Vous faites une étude statistique sur les commandes de desserts dans un restaurant, durant un week – end.

Type de dessert	x_i	Effectif n_i	Pourcentage %
Sorbet		42	$\frac{42}{230} \times 100 = 18,3 \%$
Fondant au chocolat		90	39,1
Fruits rouges		54	23,5
Tarte		44	19,1
<i>Totaux</i>		$N = 230$	100

a) Quel est le caractère étudié ? le type de dessert (qualitatif).

b) Calculer l'effectif total N de cette série statistique.
Compléter le tableau (arrondir au dixième).

c - 1) Compléter : $x_2 =$ Fondant chocolat ; Effectif : $n_2 = 90$

2 - A l'aide d'une phrase, donner la signification de cette écriture.

Il y a 90 commandes de fondant.

d) Combien a-t-il de commandes de tarte ? 44 commandes, soit 19,1 %.

Exercice 2

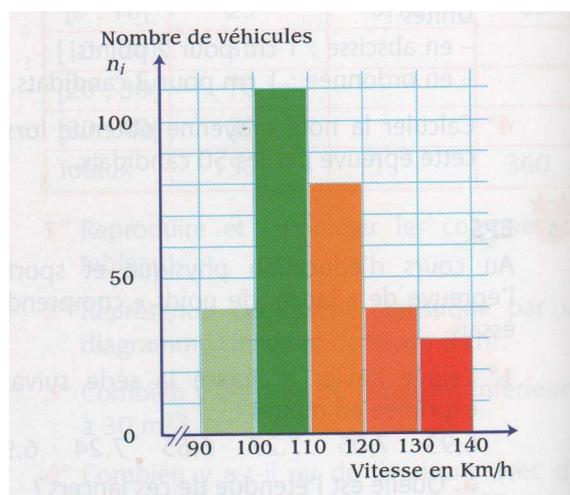
Un contrôle de vitesse, sur une voie express, donne les résultats représentés ci - contre :

a) Compléter le tableau ci - dessous.

b) Le caractère étudié est la vitesse du véhicule.

Quelle est la nature de ce caractère ?

Quantitatif (existence d'intervalles)



Vitesse en Km/h	Effectifs n_i
[90 ; 100 [40
[100 ; 110 [110
[110 ; 120 [80
<i>Total</i>	$N = 300$

* Exercice 3

Le tableau ci - dessous donne le nombre d'actes médicaux subis, pendant un mois, par un ensemble de personnes.

a) Quel est le caractère étudié ?

b) Calculer l'effectif total N de cette série statistique, puis compléter le tableau.

Nombre d'actes x_i	Effectifs n_i
0	64
3	12
4	16
5	8
<i>Total</i>	

II) La fréquence

Activité

Dans l'exemple qui suit, le caractère étudié est le temps consacré par l'élève à ses loisirs durant le week-end précédent.

Sachant que l'effectif total vaut $N = 44$, compléter le tableau suivant.

<i>classes (heures)</i>	<i>Effectifs n_i</i>	<i>Pourcentages %</i>	<i>Fréquences f_i</i>
[2 ;4[$n_1 = 6$	$\frac{6}{44} \times 100 = 13,64 \%$	$f_1 = \frac{6}{44} = 0,1364$
[4 ;6[22	50	0,5
[6 ;8[16	36,36	0,3636
<i>Totaux</i>	$N = 44$	100	1

En résumé : Calcul de la fréquence f_i (pour la valeur x_i)

$$f_1 = \frac{n_1}{N} \quad , \quad f_2 = \frac{n_2}{N} \quad , \quad \text{etc} \quad . \quad . \quad .$$

$$f_1 + f_2 + . \quad . \quad . = 1$$

Exercice 4

A la sortie d'une chaîne de préparation de poulets fermiers, on a effectué un contrôle de masse :

<i>Masse en grammes</i>	<i>Effectif n_i</i>	<i>Fréquence f_i</i>	<i>Fréquence en %</i>
[1 400 ; 1 500 [42	0,2154	21,54 %
[1 500 ; 1 600 [30	0,1538	15,38
[1 600 ; 1 700 [123	0,6308	63,08
<i>Totaux</i>	<i>$N = 195$</i>	<i>1</i>	<i>100</i>

a) Calculer l'effectif total N, puis compléter ce tableau. On donne : $f_i = \frac{n_i}{N}$

b) Déterminer :

- le nombre de poulets ayant une masse comprise entre 1 500 et 1 600 g.
- la fréquence de poulets ayant une masse comprise entre 1 500 et 1 600 g.
- le pourcentage de poulets ayant une masse comprise entre 1 500 et 1 600 g.
- le pourcentage de poulets ayant une masse comprise entre 1 500 et 1 700 g.

* Exercice 5

Un contrôle de vitesse, sur une voie express, donne les résultats suivants :

<i>Vitesse en Km/h</i>	<i>Effectifs n_i</i>	<i>Fréquence f_i</i>	<i>Fréquence %</i>
[90 ; 100 [40	0,1333	13,33 %
[100 ; 110 [110	0,3666	36,66 %
[110 ; 120 [80	0,2666	26,66 %
[120 ; 130 [40	0,1333	13,33
[130 ; 140 [30	0,1	10
<i>Total</i>	<i>$N = 300$</i>	<i>1</i>	<i>100</i>

a) Compléter ce tableau.

b) Quelle est le pourcentage de véhicules contrôlés à 110 Km/h et plus ?

* Exercice 6

On s'intéresse à distance parcourue par les employés d'une entreprise, en Km et par jour, pour se rendre sur leur lieu de travail.

<i>Classes</i>	<i>Effectif n_i</i>	<i>Fréquence f_i</i>	<i>Fréquence en %</i>
[0 ; 4 [10	0,0952	9,52
[4 ; 8 [25	0,2381	23,81
[8 ; 12 [40	0,3809	38,09 %
[12 ; 16 [30	0,2857	28,57
<i>Totaux</i>	<i>$N = 105$</i>	<i>1</i>	<i>100</i>

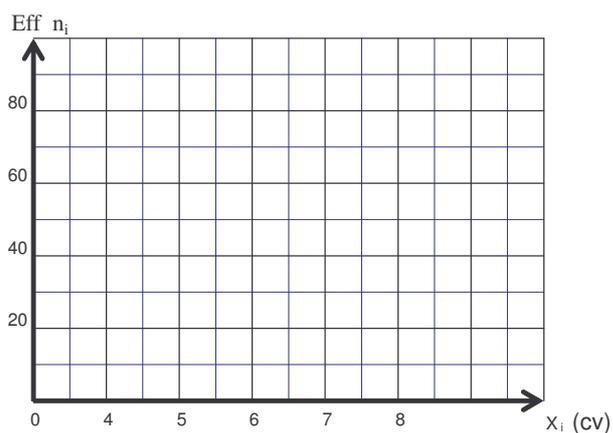
a) Calculer l'effectif total N, puis compléter ce tableau. On donne : $f_i = \frac{n_i}{N}$

b) Déterminer :
 - le nombre de personnes parcourant entre 4 et 8 Km.
 - le pourcentage de personnes parcourant entre 4 et 8 Km.
 - le nombre de personnes parcourant entre 4 et 12 Km.

III) Représentation d'une série statistique1) Diagramme en bâtons

Activité : Puissance fiscale (en chevaux) des voitures d'une entreprise.

Construire le diagramme en bâtons **des effectifs** de cette série.



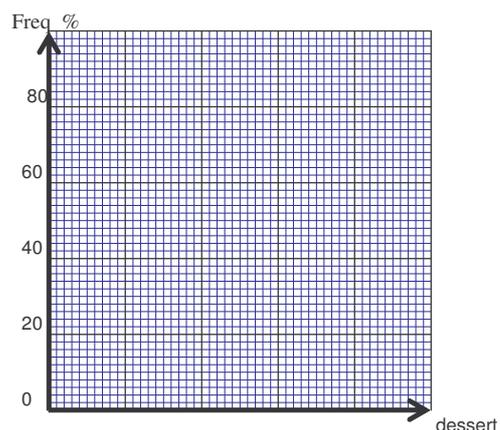
Puissance x_i	Effectif n_i
5	60
6	45
7	80
8	20

Exercice 7

Vous faites une étude statistique sur les commandes de desserts dans un restaurant durant un week – end.

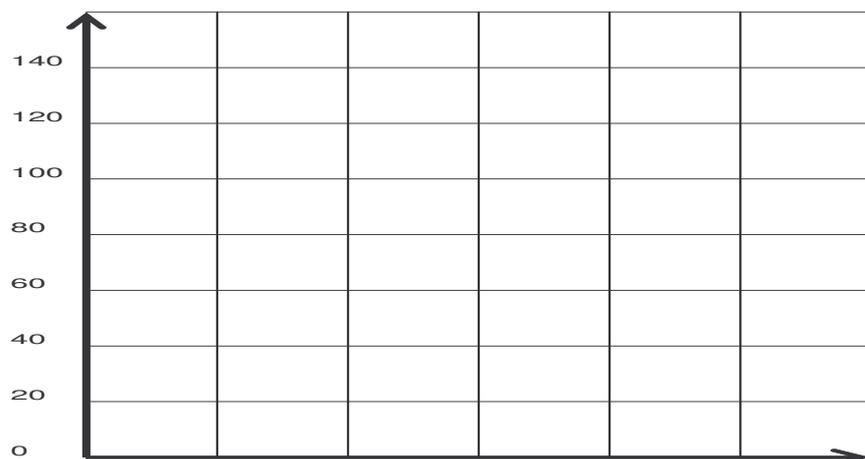
Construire le diagramme en bâtons **des fréquences** de cette série statistique.

Type de dessert x_i	Effectif n_i	Fréquence %
Sorbet	42	18,3
Fondant au chocolat	90	39,1
Fruits rouges	54	23,5
Tarte	44	19,1
<i>Totaux</i>	<i>N = 300</i>	<i>100 %</i>

* Exercice 8

Construire le diagramme en bâtons **des effectifs** de la série statistique suivante :

Producteurs de CO ₂ , année 1999	Transports (T)	Résidences	Industries Agriculture	Centrales thermiques	Total
Rejets de CO ₂ En millions de tonnes	90	110	150	120	470

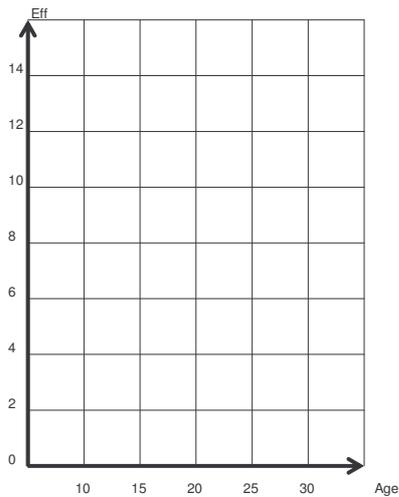


2) Histogramme

Activité

Les résultats du recensement à Belleville des personnes de 10 à 30 ans sont rassemblés dans le tableau ci-après.

Histogramme des effectifs

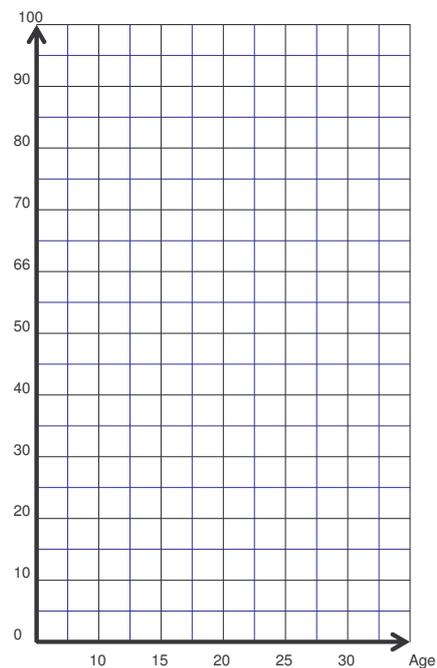


Age (ans)	Effectif	Fréquence %
[10 ;15[8	20
[15 ;20[4	10
[20 ;25[12	30
[25 ;30[16	40
<i>Totaux</i>	<i>40</i>	<i>100 %</i>

Tracer l'histogramme **des fréquences** de cette série.

Histogramme des fréquences

Fréquences en %

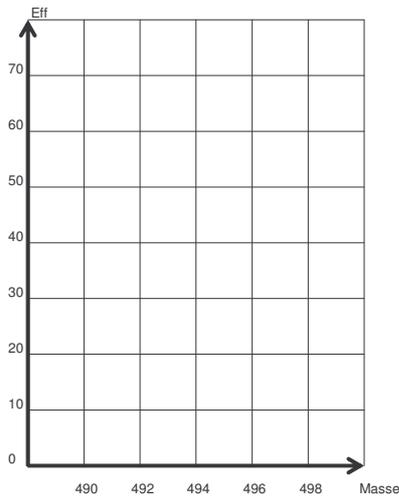


Exercice 9

A la sortie d'une chaîne de fabrication de pièces pour automobiles, on a effectué un contrôle de masse.

a) Tracer l'histogramme des effectifs de cette série.

b) Déterminer le pourcentage de pièces ayant une masse comprise entre 490 et 496 grammes.



<i>Masse en grammes</i>	<i>Effectif n_i</i>	<i>Fréquence en %</i>
[490 ; 492 [30	25
[492 ; 494 [60	50
[494 ; 496 [20	16,7
[496 ; 498 [10	8,3
<i>Totaux</i>	<i>120</i>	<i>100</i>

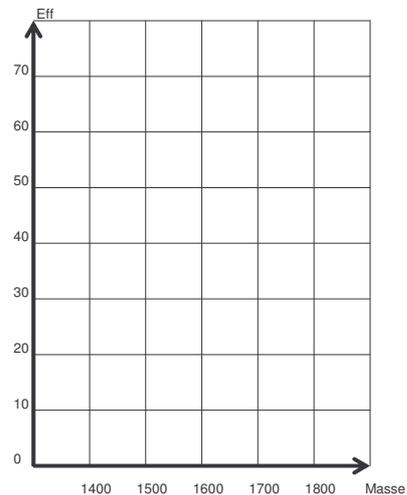
* Exercice 10

A la sortie d'une chaîne de préparation de poulets fermiers, on a effectué un contrôle de masse :

a) Tracer l'histogramme des effectifs de cette série.

b) Déterminer le nombre de poulets ayant une masse comprise entre 1400 et 1700 grammes.

<i>Masse en grammes</i>	<i>Effectif n_i</i>
[1 400 ; 1 500 [40
[1 500 ; 1 600 [30
[1 600 ; 1 700 [65
[1 700 ; 1 800 [80
<i>Totaux</i>	<i>$N = 215$</i>



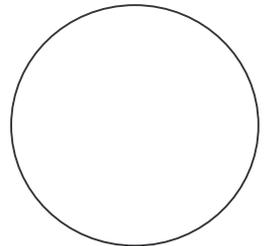
3) Diagramme circulaireActivité

Les dépenses d'une commune sont réparties de la façon suivante :

Secteur d'activité	Dépenses (k€)	Dépenses (en %)	Fréquence f_i	Angle (degrés)
Voirie	1,5	$\frac{1,5}{15} \times 100 = 10 \%$	$\frac{1,5}{15} = 0,10$	$360^\circ \times 0,10 = 36^\circ$
Enseignement – sport	4,5	30	0,30	108
Urbanisme – environnement	9	60	0,60	216
Totaux	15	100	1	360°

a) Compléter le tableau ci-dessus. On donne : $f_i = \frac{n_i}{N}$

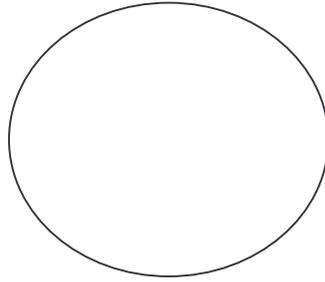
b) A l'aide du rapporteur, construire le diagramme circulaire.

Exercice 11

a) Compléter le tableau ci – dessous. Arrondir, à l'unité, les angles calculés.

Menu	Effectif n_i	Pourcentage %	Fréquence f_i	Angles (degrés)
Du terroir à 15 €	90	$\frac{90}{250} \times 100 = 36$	0,36	$360 \times 0,36 = 130$
De la mer à 28 €	100	40	0,40	144
Gastronomique à 40 €	60	24	0,24	86
Totaux	$N = 250$	100	1	360°

b) A l'aide du rapporteur, construire le diagramme circulaire.



* Exercice 12

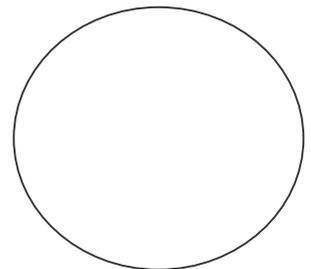
Vous faites une étude statistique sur les commandes de desserts dans un restaurant, durant un week – end.

Type de dessert x_i	Effectif n_i	Pourcentage %	Fréquence f_i	Angle (degrés)
Sorbet	42	$\frac{42}{230} \times 100 = 18,3 \%$	0,183	66
Fondant au chocolat	90	39,1	0,391	141
Fruits rouges	54	23,5	0,235	85
Tarte	44	19,1	0,191	69
Totaux	$N = 230$	100	1	360

a) Compléter ce tableau. On donne : $f_i = \frac{n_i}{N}$

Arrondir, à l'unité, les angles calculés.

b) Construire le diagramme circulaire de cette répartition.



IV) Moyenne d'une série statistiqueActivité 1

Le caractère étudié (type de dessert) est discret.

Calculer le prix moyen d'un dessert.
Arrondir au centime.

$$\bar{x} = \frac{5,5 + 4,5 + 5 + 4,25}{4} = 4,81$$

Le prix moyen d'un dessert est : 4,81 €.

Type de dessert x_i	Prix (€)
Sorbet	5,5
Fondant au chocolat	4,5
Fruits rouges	5
Tarte	4,25
Total	19,25

Activité 2

Le caractère étudié (nombre d'appareils audiovisuels) est discret.

On a demandé à 20 familles quel était le nombre d'appareils audiovisuels qu'ils possédaient chez eux :

Nombre d'appareils x_i	Effectif (nombre de familles) n_i	Produit $n_i \times x_i$
0 = x_1	1 = n_1	$n_1 \times x_1 = 1 \times 0 = 0$
1	2	2
2	3	6
3	6	18
4	6	24
5	2	10
Totaux	$N = 20$	60

a) Compléter le tableau.

b) Calculer le nombre moyen d'appareils audiovisuels possédés par les familles.

$$\bar{x} = \frac{60}{20} = 3$$

Le nombre moyen d'appareil est 3.

A retenir*1) Notations :*

- Valeur du caractère : x_i ; Effectif (pour la valeur x_i) : n_i

- Moyenne : \bar{x}

2) Pour calculer une moyenne :

- On calcule les produits : $n_i \times x_i$.

<i>Caractère</i> x_i	<i>Effectif</i> n_i	<i>Produit</i> $n_i \times x_i$
x_1	n_1	$n_1 \times x_1$
x_2	n_2	$n_2 \times x_2$
<i>Totaux</i>	N	$n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots$

- On calcule la somme des produits.

- On calcule la moyenne :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots}{N}$$

Exercice 13

Le tableau ci – dessous donne le nombre d’actes médicaux subis, pendant un mois, par un échantillon de population de 110 personnes.

<i>Nombre d’actes</i> x_i	<i>Effectif</i> n_i	<i>Produit</i> $n_i \times x_i$
0	64	$64 \times 0 = 0$
3	12	36
4	16	64
5	8	40
6	10	60
<i>Totaux</i>	$N = 110$	200

Calculer le nombre moyen d’actes médicaux subits pendant un mois. Arrondir à l’unité.

$$\bar{x} = \frac{200}{110} = 1,8$$

Le nombre moyen d’actes médicaux, subits pendant un mois, est égal à 2.

* Exercice 14

La série statistique suivante donne le nombre de baladeurs vendus chaque jour, par une entreprise, pendant un mois (20 jours).

<i>Nombre de baladeurs vendus</i> x_i	<i>Effectif</i> n_i	<i>Produit</i> $n_i \times x_i$
16	5	80
17	6	102
18	5	90
19	4	76
<i>Totaux</i>	$N = 20$	<i>348</i>

Calculer le nombre moyen de baladeurs vendus, par cette entreprise, pendant un mois.

$$\bar{x} = 17,4 \quad ; \quad \text{nombre moyen de baladeurs vendus : } 17$$

Exercice 15

A la fin de la journée, un commerçant veut calculer le montant moyen des chèques encaissés :

Montant (€)	Effectif n_i	Centre de classe x_i	Produit $n_i x_i$
[0 ;100[21	50	1050
[100 ;200[40	150	6000
[200 ;300[38	250	9500
[300 ;400[17	350	5950
<i>Totaux</i>	$N = 116$	/	<i>22500</i>

a) Compléter ce qui suit :

Le caractère étudié (montant des chèques) est continu. On utilise des classes, c'est – à – dire des intervalles.

Dans ce cas, la valeur de x_i est le centre de classe.

b) Compléter le tableau puis calculer le montant moyen des chèques encaissés.

$$\bar{x} = \frac{22500}{116} = 193,96$$

Montant moyen d'un chèque : 193,96 €.

En résumé : Pour calculer une moyenne

- On effectue les produits $n_i x_i$, puis on les somme.

- On détermine la valeur de la moyenne selon la relation : $\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots}{N}$

Remarque

Lorsque le caractère est continu, les valeurs x_1, x_2, \dots sont les centres de classes.

On calcule, si nécessaire, les centres de classe $[a ; b[$: $x_i = (a + b)/2$.

Exercice 16

A la sortie d'une chaîne de préparation de poulets fermiers, on a effectué un contrôle de masse :

<i>Masse en grammes</i>	<i>Effectif n_i</i>	<i>Centre de classe x_i</i>	<i>Produit $n_i x_i$</i>
[1 400 ; 1 500 [42	1450	60 900
[1 500 ; 1 600 [30	1550	46 500
[1 600 ; 1 700 [12	1650	19 800
<i>Totaux</i>	$N = 84$	/	127 200

Calculer la masse moyenne d'un poulet fermier. Arrondir à l'unité. (1514 g)

*Exercice 17

Un contrôle de vitesse, sur une voie express, donne les résultats suivants :

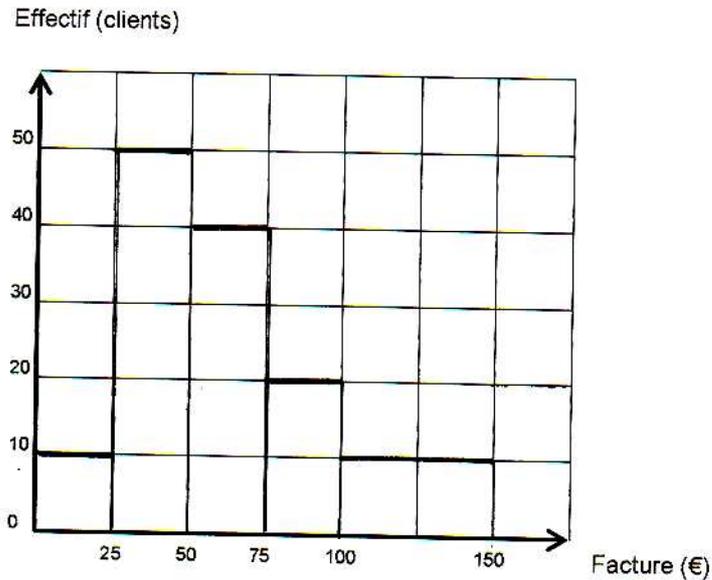
<i>Vitesse en Km/h</i>	<i>Effectifs n_i</i>	<i>Centre de classe x_i</i>	<i>Produit $n_i x_i$</i>
[90 ; 100 [40	95	3 800
[100 ; 110 [110	105	11 550
[110 ; 120 [80	115	9 200
[120 ; 130 [40	125	5 000
[130 ; 140 [30	135	4 050
<i>Total</i>	$N = 300$	/	33 600

Calculer la vitesse moyenne. ($\bar{x} = 112$ km/h)

* Exercice 18

Le restaurant gastronomique « le marquis » fait en moyenne 25 repas par jour, du lundi au samedi.

L'histogramme ci-dessous présente la répartition des factures des clients d'une semaine en fonction de leur montant :



a) Compléter le tableau suivant.

Montant (€)	Effectif n_i	Centre de classe x_i	Produit $n_i x_i$
$[0 ; 25 [$	10	12,5	125
$[25 ; 50 [$	50	37,5	1875
$[50 ; 75 [$	40	62,5	2 500
$[75 ; 100 [$	20	87,5	1 750
$[100 ; 125 [$	10	112,5	1 125
<i>Totaux</i>	$N = 130$	/	7 375

b) Calculer le montant moyen des factures. Arrondir au centième.

$$\bar{x} = \frac{7\,375}{130} = 56,73$$

Le montant moyen des factures est égal à 56,73 €.